

Absorción acústica de paneles resonadores membrana

Higini Arau

Estudi Acústic H.Arau .C/Travesera de Dalt 118,3°1ª Barcelona

Sumario

En esta comunicación se desarrolla, a partir del modelo análogo eléctrico de una cavidad, un método de cálculo de la absorción acústica y otras magnitudes de los resonadores membrana. Se determina la frecuencia de resonancia, la absorción a incidencia normal y a un ángulo de incidencia cualquiera, y el cálculo de la absorción acústica a incidencia aleatoria. Se demuestra la influencia sobre la absorción acústica por variación del espesor de placa, del espesor de cavidad de aire, y por los distintos tipos de material absorbentes.

Summary

In This paper is developed a new method of calculation of a membrane resonator, based in the analogous electrical model of a air cavity. From our results are derived, in first approximation, the Kosten findings and as second approximation are obtained the Cremer's results.

1. Cálculo de la impedancia del sistema

En la figura 1 exponemos el circuito análogo eléctrico¹ del sistema compuesto por un panel flexible de masa unitaria m^1 , una fibra porosa de resistividad r dentro de una cavidad de aire de espesor L y una pared final de masa unitaria m^2 .

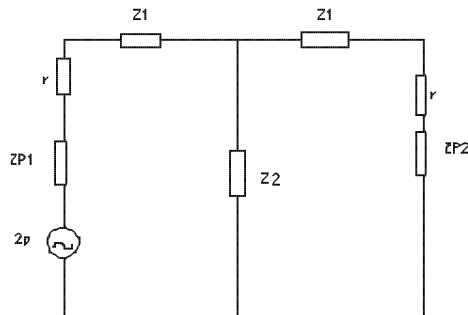


Figura 1: Esquema análogo eléctrico de un sistema resonador membrana.

Las impedancias que regulan el comportamiento de cada uno de los sistemas son:

r = resistividad de la fibra; $z_{p1} = j\omega m$: impedancia del panel flexible, $z_{p2} = j\omega M$: impedancia de la pared dorsal, z_1 y z_2 impedancias de la cavidad de aire. En el caso de que la impedancia z_{p2} sea muy grande en

relación a la del panel flexible: $z_{p2} \gg z_{p1}$, es decir z_{p2} infinita, entonces el circuito análogo eléctrico equivalente se reduce al que exponemos en la figura 2, del que su impedancia global Z es:

$$\begin{aligned} Z &= r + z_{p1} + z_1 + z_2 = r + j\omega m + jpc \operatorname{tg} \beta - (jpc / \sin 2\beta) \\ Z &= r + j\omega m - jpc \operatorname{cotg} 2\beta \end{aligned} \quad (1)$$

donde: $\beta = (\omega L/2c) \cos \phi$

La expansión en serie hasta un 2º grado de aproximación de la función $\operatorname{cotg} 2\beta$ es:

$$\operatorname{cotg} 2\beta = 1/2\beta - 2\beta/3 \quad (2)$$

Si en nuestro desarrollo supusiéramos que la impedancia z_{p2} es finita y con una cavidad de aire en su zona dorsal entonces el modelo correspondería al de un resonador doble que en esta comunicación no trataremos.

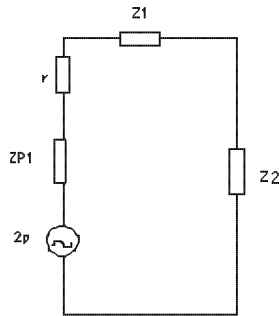


Figura 2: Esquema análogo eléctrico de un sistema resonador membrana en la que la impedancia de la pared dorsal es infinita.

Si consideramos sólo un primer orden de aproximación obtendremos el sistema formulado por Kosten²; si dentro del modelo de Kosten suponemos, L muy grande, o sea cavidades muy grandes, entonces obtendremos aproximadamente el modelo de Cremer³.

2. Cálculo del coeficiente de absorción en función del ángulo de incidencia

El coeficiente de absorción, expresado en función de la impedancia del sistema, puede obtenerse a partir de la siguiente relación³:

$$\alpha(\phi) = (4 \operatorname{Re}(Z) / \rho c) \cos \phi / [(\operatorname{Re}(Z) / \rho c) \cos \phi + 1]^2 + ((\operatorname{Im}(Z) / \rho c) \cos \phi)^2 \quad (3)$$

donde: ϕ expresa el ángulo de incidencia del sonido.

Así por tanto introduciendo (1), por utilización de (2), en (3) obtendremos:

$$\alpha(\phi) = (4 \mu \cos \phi) / (\mu \cos \phi + 1)^2 + ((\omega m / \rho c) \cos \phi - c / \omega L + (1/3)(\omega L / c) \cos^2 \phi)^2 \quad (4)$$

donde: $\mu = r / \rho c$ resistividad específica de la fibra

Con dicho resultado hemos obtenido la expresión general del coeficiente de absorción, en función del ángulo de incidencia ϕ , de un panel resonador membrana; siendo las aproximaciones de Kosten y Cremer las que siguen:

- Aproximación de Kosten²:

$$\alpha(\phi) = (4 \mu \cos \phi) / (\mu \cos \phi + 1)^2 + ((\omega m / \rho c) \cos \phi - c / \omega L)^2 \quad (5)$$

- Aproximación de Cremer³:

$$\alpha(\phi) = (4 \mu \cos \phi) / (\mu \cos \phi + 1)^2 + ((\omega m / \rho c) \cos \phi)^2 \quad (6)$$

En realidad la aproximación $\alpha(\phi)$ de Cremer emitida en (6) no se ajusta exactamente a la por él elaborada debido a que considero, con ánimo de simplificación, el factor de transmisividad del panel como si se tratara de un coeficiente de absorción, lo que no se ajusta exactamente a la realidad del caso.

3. Cálculo de frecuencia de resonancia

La frecuencia de resonancia se obtendrá para el valor $\omega = \omega_0, f_0 = \omega_0 / 2\pi$ que anule al segundo término del denominador de la expresión (4), en el que se obtendrá que $\alpha(\phi)$ valga:

$$\alpha(\phi) = 4 \mu \cos \phi / (\mu \cos \phi + 1)^2 \quad (7)$$

El valor calculado de la frecuencia circular de resonancia es:

$$\omega_0 = (1 / (m/\rho c + 1/3 (L/c) \cos \phi) \cdot (L/c) \cos \phi)^{1/2} \quad (8)$$

que en la aproximación de Kosten² vale:

$$\omega_0 = (1 / (m/\rho c) (L/c) \cos \phi)^{1/2} = (\rho c^2 / mL \cos \phi)^{1/2} \quad (9)$$

4. Factor Q de la absorción

Imaginemos que deseamos calcular el ancho de banda en que la absorción, a incidencia normal $\phi=0$, vale la mitad del valor máximo que adquiere la absorción a la frecuencia de resonancia: $\alpha(0) = 4\mu / (\mu+1)^2$. Así planteado hemos determinado que el ancho de banda es:

$$\Delta\omega = (1+\mu) / (m/\rho c + L/3c) \quad (10)$$

y el factor $Q = \Delta\omega / \omega_0$ es igual a:

$$Q = (1+\mu) [(L/c) (m/\rho c + L/3c)]^{1/2} \quad (11)$$

5. Coeficiente de absorción estadístico

El coeficiente de absorción estadístico del sistema resonador membrana se calculará utilizando la siguiente expresión:

$$\alpha_{\text{est}} = 2 \int_0^{\pi/2} \alpha(\phi) \cos \phi \, d(\cos \phi) \quad (12)$$

de la que se deduce el siguiente resultado:

$$\alpha_{\text{est}} = 8 \int_0^1 \mu x^2 \, dx / (\mu x + 1)^2 + (\omega m x / \rho c - c / \omega L + 1/3 (\omega L / c) x^2)^2 \quad (13)$$

6. Resultados calculados

* variación de la absorción estadística con la masa unitaria del panel flexible

Seguidamente exponemos los valores calculados del coeficiente α_{est} por variación de la masa unitaria del panel m a igualdad de cavidad de aire, en este caso $L=10$ cm, y a igualdad de resistividad de la fibra, en este caso $\mu=2$.

masa unitaria m(Kg/m ²)	Frecuencia resonancia (Hz)	Coeficiente de absorción α_{est}					
		31	63	125	250	500	1000
2.5	117.9	0.059	0.141	0.741	0.327	0.092	0.051
5	83.7	0.062	0.213	0.526	0.113	0.053	0.043
10	59.3	0.068	0.584	0.171	0.056	0.043	0.041
20	42	0.093	0.315	0.067	0.044	0.04	0.04

40 29.7 0.434 0.098 0.045 0.041 0.04 0.04
 *variación de la absorción estadística con el espesor de la cavidad

Los resultados calculados de α_{est} para un m constante, $m=10 \text{ Kg/m}^2$, y una misma resistividad de la fibra, $\mu=2$, hemos determinado los siguientes valores:

Espesor cavidad (cm)	Frecuencia resonancia (Hz)	Coeficiente de absorción α_{est}					
		31	63	125	250	500	1000
5	84	0.046	0.093	0.315	0.067	0.044	0.041
10	59.3	0.068	0.584	0.171	0.056	0.043	0.041
15	48.4	0.119	0.624	0.131	0.054	0.043	0.041
20	41.9	0.213	0.526	0.113	0.053	0.043	0.041
30	34.1	0.512	0.395	0.098	0.052	0.043	0.041
40	29.5	0.741	0.327	0.892	0.051	0.043	0.041
60	24	0.812	0.263	0.086	0.051	0.043	0.041
80	20.7	0.750	0.233	0.083	0.05	0.043	0.041

*variación de la absorción estadística con la resistividad de la fibra

Así para igual masa unitaria, en este caso $m=10 \text{ Kg/m}^2$, e igual espesor de cavidad L, en este caso $L=2.5\text{cm}$, obtenemos los siguientes valores de α_{est} .

Resistividad μ	Coeficiente de absorción α_{est}					
	31	63	125	250	500	1000
1	0.041	0.044	0.385	0.073	0.043	0.04
2	0.041	0.047	0.434	0.098	0.045	0.041
3	0.042	0.051	0.430	0.117	0.048	0.041
4	0.042	0.054	0.414	0.113	0.05	0.042
6	0.044	0.061	0.378	0.153	0.054	0.042

7. Conclusiones

Hemos elaborado un método de cálculo del coeficiente de absorción de un panel resonador membrana, que en primera aproximación es coincidente con el modelo propuesto por Kosten y para grandes cavidades es aproximadamente igual al emitido por L. Cremer.

Con dicho procedimiento puede calcularse el coeficiente de absorción estadístico y el de incidencia a un ángulo cualquiera. Puede determinarse con mayor exactitud la frecuencia de resonancia y el ancho de banda en que tendremos una absorción igual o superior a la mitad de absorción correspondiente a la de la frecuencia de resonancia.

Referencias

1. H.Arau. (1984) Contribución al estudio de la atenuación sonora de dobles y triples paredes homogéneas, isotrópicas y viscoelásticas. Tesis Doctoral . Universidad de Barcelona.
2. A.Kosten-Richardson (1953) Technical Aspects of the Sound Elsevier Publ. Co.
3. L.Cremer* H.Müller*Schultz(1982) Principles and Applications of Rooms Acoustics.Appli.Science.