

# Comparación de métodos de cálculo para tiempo de reverberación de un subterráneo para uso en refuerzo sonoro

Enviado por [Juan Ordinola A.](#)

## 1. Introducción

## 2. Descripción general

## 4. Densidad de energía sonora en un recinto

## 5. Cálculo del tiempo de Reverberación

## 6. Sabine

## 7. Eyring

## 8. Conclusiones

## 9. Bibliografía

### 1. Introducción

Este trabajo pretende, en primera instancia, realizar una descripción general de la geometría, diseño y materiales del subterráneo de la universidad, para luego utilizar los datos obtenidos y calcular teóricamente, mediante tres métodos detallados, el tiempo de reverberación. Como resultado se mostrarán los tres procedimientos de predicción, para luego sacar conclusiones de validez y quedarnos con un valor.

Todos estos valores nos servirán para nuestro posterior trabajo con el recinto en materia de refuerzo sonoro.

### 2. Descripción general

El recinto está localizado en el subterráneo de la universidad el cual funciona de estacionamiento y de local de operaciones de sonido amplificado. En el mismo recinto está localizada una sala de ensayo que se tomará en cuenta en el momento de especificar el coeficiente de absorción de la superficie que la contiene. Las paredes del recinto están conformadas de distintos materiales en varias superficies adyacentes que permiten disminuir la reverberación promedio del recinto en una pequeña cantidad. A pesar de esto la finalidad más importante de la distribución de distintos materiales en las superficies de las paredes es mantener un sonido difuso de manera de quebrantar la onda sonora en todas las direcciones por el motivo de las reflexiones varias en materiales de distinta impedancia. Existe una serie de pilares de forma rectangular que sostienen el techo del recinto, es importante mencionar que es posible que no influya en demasía en algunas frecuencias, pero hay que recalcar que son un obstáculo para el frente de onda que se propaga en esa dirección y que puede ocasionar zonas de penumbra para altas frecuencias. El techo del recinto está tratado con material absorbente puesto en forma de rectángulos de 0,6 x 0,77 metros por todo el techo en hileras aleatorias.

Para tener una visión más superior del tema que se está hablando, se muestra una figura esquemática del recinto en planta baja.

Del dibujo se puede rescatar las siguientes diferencias: Existe una variación del revestimiento de las paredes, como se puede observar la pared superior es de concreto mientras que la inferior y la de la izquierda están tratadas con madera terciada. La pared de la derecha está compuesta por una puerta de madera deslizable, la que al cerrarse cubre gran parte de la pared con este material, las partes que sobran son de concreto.

- Dimensiones

Recinto 17,6 x 15,35 x 2,7 m  
 Sala de ensayo 5,16 x 3,79 m  
 Puerta de madera rellena 2,3 x 6 m  
 Estrado 4,56 x 3,44 x 0.21 m  
 Puerta de entrada 1.44 x 2,1 m  
 Puerta de la sala de ensayo 1.7 x 2,1 m  
 Puerta trasera 1.7 x 2,1 m  
 Pilares 0,8 x 0,21x 2,7 m

### 3. Teoría Preliminar

A continuación se mostrara la **teoría** básica de la energía sonora en un recinto para **poder** describir el fenómeno y poder formular las **ecuaciones** que predicen el valor del tiempo de reverberación y los modos normales . Se comenzara diciendo que todas las consideraciones hechas a continuación se suponen que son para campo difuso .

### 4. Densidad de energía sonora en un recinto

Idealmente en un recinto cerrado donde el coeficiente de absorción es cero o aproximadamente cero , se tiene una ganancia de 3 dB en cada reflexiona , en la practica esto no sucede por la absorción que existe siempre en los materiales , entonces esta energía crece gradualmente hasta llegar a un máximo o **estado** estacionario de energía sonora . Para llegar a la expresión **matemática** nos valemos de la **ley de conservación de energía** .

$$\frac{d[\text{energ. acust.}]}{dt} = W_{\text{fuente}} - W_{\text{absor.}} \quad (1)$$

W Fuente : **potencia** de la fuente que esta en el recinto .

W absor. : potencia absorbida por los materiales en forma de **calor** (resistiva).

Sabemos que : **Densidad** de energía = Energía / volumen

$$\frac{d[VD(t)]}{dt} = W_{\text{fuente}} - W_{\text{absor.}} \quad (2)$$

La potencia acústica absorbida esta relacionada con el coeficiente de absorción , quiere decir que la onda sonora pierde energía cada ves que rebota con una superficie , y ésta perdida esta relacionada con el coeficiente de absorción de esta superficie.

$$W_{\text{absor.}} = \text{Energ.} \cdot \bar{\alpha}$$

Esto es para una reflexión , para 'n' reflexiones se multiplica esta expresión 'n' veces . Esta letra 'n' tiene un significado temporal , es decir, es una variable por unidad de tiempo .

Es de **interés** conocer la distancia promedio que recorre un rayo entre reflexiones sucesivas hasta extinguirse ,este **concepto** es valido si suponemos que el campo es difuso .La expresión es la siguiente.

$$\bar{d} = \frac{4V}{S} \quad V : \text{volumen del recinto}$$

S : Superficie del recinto

Juntando esta ecuación con la ecuación de **movimiento** del sonido  $C = d / t$ , y teniendo en cuenta la variable 'n' como  $1 / t$ , se tiene :

$$n = \frac{CS}{4V}$$

Entonces la energía absorbida para 'n' reflexiones es :

$$W_{absor} = DV \alpha \cdot \frac{CS}{4V}$$

Reemplazando en la ecuación (2) y haciendo  $A = a S$ .

$$V \frac{dD}{dt} + \frac{CA}{4} D = W_{fuente}$$

Resolviendo esta ecuación diferencial se obtiene lo que se mencionó al principio .

$$D(t) = \frac{4W}{CA} \left[ 1 - EXP\left(-\frac{CA}{4V}t\right) \right]$$

Este es el **comportamiento** del sonido en un recinto cerrado . La energía crece exponencialmente a medida que pasa el tiempo hasta un valor máximo estacionario que vale :

$$D = \frac{4W}{CA}$$

De acuerdo a la figura, la energía acústica en el recinto decae de una manera progresiva al apagar la fuente , o lo que es lo mismo, hacer  $W(\text{fuente})$  igual a cero . Al momento de interrumpir la fuente el sonido decae con cierta rapidez, la cual va a depender de las características geométricas del recinto, así como también de la cantidad de material absorbente de que están revestidas las superficies . Haciendo un **análisis** simple ,la **velocidad** con la que decae el sonido en un recinto ' vivo' o reverberante es mas lenta que en una sala seca o con algún material absorbente . También podemos imaginar que para dos salas con igual absorción ,pero con tamaños distintos , la velocidad con que decae el sonido es mayor para salas pequeñas que para las mas grandes .

Con todo esto podemos concluir que la disminución de la energía sonora esta relacionada directamente con la absorción e inversamente relacionada con el volumen. Podemos demostrar esto con la ecuación diferencial de la energía sonora.

Desarrollamos :

$$\frac{dD}{dt} + \frac{CA}{4V} D = 0$$

$$D(t) = D(0) \left[ EXP\left(-\frac{CA}{4V}t\right) \right]_{(3)}$$

Con esta expresión podemos definir el tiempo de reverberación, como el tiempo que demora la energía sonora en disminuir en una millonésima parte una vez que se apaga la fuente sonora, es decir :

$$\frac{D(0)}{D(T60)} = 10^6 \quad \textcircled{R} \quad \frac{D(0)}{D(0) \text{EXP}\left(-\frac{AC}{4V}\right) T60} = 10^6$$

Despejando el T60 de la expresión nos queda:

$$T60 = \frac{55,3V}{C \cdot A} \quad (4)$$

donde :

V volumen del recinto

A absorción del recinto

C velocidad del sonido

Hemos llegado a la expresión de T60 según Sabine, el cual tiene una serie de inconvenientes que se mencionaran después . El **objetivo** de este trabajo es calcular este tiempo con distintos **modelos** de predicción, para luego decidir cual es el mas adecuado. Fue necesaria realizar esta **introducción** teórica porque ahora podemos presentar los otros modelos de calculo del T60 que se basan en la misma expresión del decaimiento de la energía sonora en un recinto.

Desacuerdo con la expresión (4) la absorción se puede expresar en términos del coeficiente de absorción como  $A = S a$  , pero el **modelo** de Eyring propone calcular la absorción con una variación del coeficiente de absorción, es decir :

$$T60 = \frac{55,3}{C} \cdot \frac{V}{-S \cdot \text{Ln}(1 - a)} \quad (5)$$

Teniendo como referencia la propuesta de Sabine , se puede hacer una **cambio** en el valor de la absorción 'A', reemplazándola por una expresión que pondera la absorción de los pares de superficies opuestas, una ves obtenido el valor se reemplaza en 'A' y se calcula el T60.

El **método** mas importante, a nuestro parecer, es el de Arau-Puchades que se usa para aquellos casos en que la sala no tiene una distribución uniforme de la absorción, que es el caso de nosotros, porque hay paredes que no tienen el mismo material en todo su superficie.

De la ecuación (3) se puede hacer unos cambios convenientes . Reemplazamos  $A = S a$  para luego re escribir a como :  $-\text{Ln}(1-a)$  que indica la **acción** absorptora de la ecuación. Podemos llamarla mas general 'exponente de absorción ' , y a las **variables** que faltan agruparlas en una constante K para efectos de calculo. De todo esto se obtiene :

$$D(t) = D(0) \left[ \text{EXP}(-\text{Abs.} \cdot K \cdot t) \right]$$

Donde :

D(0) :densidad de energía en el momento que se apaga la fuente.

Abs. :Exponente de absorción .

K :Constante igual a  $-SC/4V$

Este exponente de absorción, según el método, se propone para las direcciones x , y, z en la forma de una media geométrica, es decir :

$$Abs_s = \left(A_x\right)^{\frac{x}{S}} \cdot \left(A_y\right)^{\frac{y}{S}} \left(A_z\right)^{\frac{z}{S}}$$

Donde :

$$A_x = -\ln(1 - \alpha_x) \text{ x: Área de paredes laterales.}$$

$$A_y = -\ln(1 - \alpha_y) \text{ y: Área de paredes frontal trasera}$$

$$A_z = -\ln(1 - \alpha_z) \text{ z: Área de paredes piso y techo}$$

S: Superficie total.

$$S = x + y + z.$$

Ahora resolviendo de la misma forma según la definición del tiempo de reverberación, es decir:

$$\frac{D(0)}{D(T60)} = 10^6$$

$$T60 = \frac{61 \ln(10)}{Abs \cdot K}$$

Reemplazando el exponente de absorción, la constante K y tomando C = 343 m / s

$$T60 = \frac{55,3}{C} \frac{V}{\left[ \left(A_x\right)^{\frac{x}{S}} \cdot \left(A_y\right)^{\frac{y}{S}} \left(A_z\right)^{\frac{z}{S}} \right] S}$$

$$\text{Finalmente podemos hacer } V = V^{\frac{x}{S}} \cdot V^{\frac{y}{S}} \cdot V^{\frac{z}{S}}$$

$$A_x = -\ln(1 - \alpha_x)$$

$$A_y = -\ln(1 - \alpha_y)$$

$$A_z = -\ln(1 - \alpha_z)$$

$$T60 = \left( \frac{0,16V}{-S \cdot \ln(1 - \alpha_x)} \right)^{\frac{x}{S}} \left( \frac{0,16V}{-S \cdot \ln(1 - \alpha_y)} \right)^{\frac{y}{S}} \left( \frac{0,16V}{-S \cdot \ln(1 - \alpha_z)} \right)^{\frac{z}{S}} \quad (6)$$

Las ecuaciones (4),(5),(6) proponen un calculo distinto para en T60, unos mas efectivos que otros, unos tomando en cuenta mas consideraciones que otros. Mas adelante daremos los criterios para quedarnos con un solo método de calculo, la intensidad de esta teoría preliminar fue demostrar los tres métodos que utilizaremos para el calculo del tiempo de reverberación del subterráneo de la universidad.

## 5. Calculo del tiempo de Reverberación.

Arau-Puchades

S1

$$S8 X = 2.S7 = 95,90m^2$$

$$Y = 2.S1 = 82,89m^2$$

$$S2 Z = 2 (L1*L7 - L4*L5) = 506,12m$$

V1

$$S = X+Y+Z = 684,90m^2$$

S7

$$V2 V = V1 - V2 = 683,26$$

S5

S4 S6

Como las superficies opuestas no tiene el mismo material distribuido en ellas, se realiza una ponderación de las superficies que contienen un material en particular, luego se realiza el promedio de los dos frentes.

$$\alpha_x$$

a

$$100\% S2 + S3 = 48m^2$$

$$A\% S2 = 34,02m^2 :Madera Terciada (0,18)$$

$$B\% S5 - la puerta (sala de ensayo) = 10,43m^2 :Concreto (0,01)$$

$$C\% La puerta (sala de ensayo) = 3,57m^2 :Madera (0,03)$$

$$\text{Porcentajes equivalentes : } A\% = 70,8\% \quad B\% = 21,7\%$$

$$C\% = 7,4\%$$

$$\alpha_x = \alpha_{x1} + \alpha_{x2} \quad \text{Esto es porque la superficie no tiene el mismo material.}$$

$$\alpha_{x1} = \alpha_{madera} .0,708 + \alpha_{concreto} .0,217 + \alpha_{puerta} .0,074 = 0,13$$

$$100\% S7 = 48m^2$$

$$A\% 3m^2 Puerta de entrada (0,03)$$

$$B\% El resto madera terciada (0,18)$$

$$\text{Porcentajes equivalentes : } A\% = 6,2\% \quad B\% = 93,8\%$$

$$\alpha_{x2} = \alpha_{madera} .0,937 + \alpha_{puerta} .0,062 = 0,17$$

$$\sqrt{\alpha_x} = 0,15$$

$$\alpha_y$$

$$100\% S1 = 41,4m^2$$

$$A\% S8 = 13,8m^2 \text{ Madera Rellena con arena } (0,24)$$

$$B\% 3,57m^2 \text{ puerta trasera } (0,03)$$

$$C\% \text{ El resto Concreto } (0,01)$$

$$\text{Porcentajes equivalentes : } A\% = 33,3\% \text{ B}\% = 8,62\%$$

$$C\% = 58\%$$

$$\alpha_{y1} = \alpha_{\text{madera}} \cdot 0,333 + \alpha_{\text{concreto}} \cdot 0,58 + \alpha_{\text{puerta}} \cdot 0,086 = 0,09$$

$$100\% S6 + S4 = 41,4m^2$$

$$A\% S6 = 31,2m^2 \text{ Madera terciada } (0,18)$$

$$B\% S4 = 10,23 \text{ concreto } (0,01)$$

$$\text{Porcentajes equivalentes : } A\% = 75,3\% \text{ B}\% = 24,7\%$$

$$\alpha_{y2} = \alpha_{\text{madera}} \cdot 0,753 + \alpha_{\text{concreto}} \cdot 0,247 = 0,14$$

$$\sqrt{\alpha_y} = 0,1$$

$$\alpha_z$$

$$100\% (L1 \cdot L7) - (L4 \cdot L5) = 253m^2$$

$$A\% 35m^2 \text{ Esponja (72 unid.) } (0,65)$$

$$B\% \text{ El resto Concreto } (0,01)$$

$$\text{Porcentajes equivalentes : } A\% = 14\% \text{ B}\% = 86\%$$

$$\alpha_{z1} = \alpha_{\text{esponja}} \cdot 0,14 + \alpha_{\text{concreto}} \cdot 0,86 = 0,1$$

$$100\% (L1 \cdot L7) - (L4 \cdot L5) = 253m^2$$

$$A\% 15,7m^2 \text{ Estrado de madera } (0,2)$$

$$B\% \text{ El resto Concreto } (0,01)$$

$$\text{Porcentajes equivalentes : } A\% = 6,2\% \text{ B}\% = 93,8\%$$

$$\alpha_{z2} = \alpha_{\text{estrado}} \cdot 0,062 + \alpha_{\text{concreto}} \cdot 0,938 = 0,02$$

$$\alpha_s = 0,06$$

Llevando todos estos cálculos a la ecuación (6)

$$T60 = (0,99)^{0,14} (1,52)^{0,12} (2,6)^{0,7} = 2,05s$$

## 6. Sabine

Lo primero es calcular el coeficiente de absorción promedio de la siguiente forma:

$$\alpha = \frac{1}{S} \sum_i S_i \alpha_i$$

Luego reemplazar las dimensiones ya calculadas, que se muestran en la figura anterior

$$X = 2.S7 = 95,90m^2$$

$$Y = 2.S1 = 82,89m^2$$

$$Z = 2(L1*L7 - L4*L5) = 506,12m^2$$

$$S = X+Y+Z = 684,90m^2$$

$$V = V1 - V2 = 683,26$$

$$\alpha = \frac{55,262}{684,9} = 0,08$$

Introducimos este resultado en la expresión general de Sabine (4) y resolvemos, teniendo en cuenta que las mediciones se desarrollaron con 19,6 °C, valor que nos servirá para calcular la velocidad del sonido .

$$C = C_0 \sqrt{1 + \frac{T}{273}} = 343 \frac{m}{s}$$

$$T60 = 0,161 \frac{V}{S\alpha} = 0,161 \frac{683,26}{684,9 * 0,08} = 2,0076s$$

## 7. Eyring

Este método es parecido al anterior, solo da una varianza en el calculo de la absorción que la remplacea por una expresión logarítmica:

$$T60 = \frac{55,3}{C} \cdot \frac{V}{-S \cdot \ln(1 - \alpha)}$$

Valiéndonos del calculo anterior del coeficiente de absorción promedio a y la predicción de la velocidad del sonido a 19,6°C se obtiene:

$$T60 = 1,92 s$$

## 8. Conclusiones

Loa resultados se pueden organizar de la siguiente forma :  
Sabine 2,007



Arau-Puchede 2,05

Eyling 1,92

Podemos observar que los tres valores son relativamente parecido. Lo que podemos concluir es que el modelo mas eficaz según las condiciones del problema es el de Arau-Puchede ya que este modelo toma coeficientes de absorción en las tres direcciones, y porque es un formula general, ya que podemos deducir las aproximaciones de Sabine y Eyling con la expresión de Arau-Puchede .

Hay que considerar que la expresión de Sabine tiene solo un rango de confiabilidad, que no es nuestro caso ya que el  $\alpha$  nos da 0,08 , lo que da un buen margen de condición de campo difuso. Con todo esto podemos predecir que el tiempo de reverberación es de 2 segundos aproximadamente.

## **9. Bibliografía**

- Ruido , Fundamentos y **control**.
- Autores: Samir N. Y . Gerges, **Ph.D.** Ed. 1998
- Fundamentos de acústica.
- Autores : Lawrence E. Kinsler. Ed. 1990
- Austin R. Frey.
- Alan B. Coppens.
- James V. Sanders.