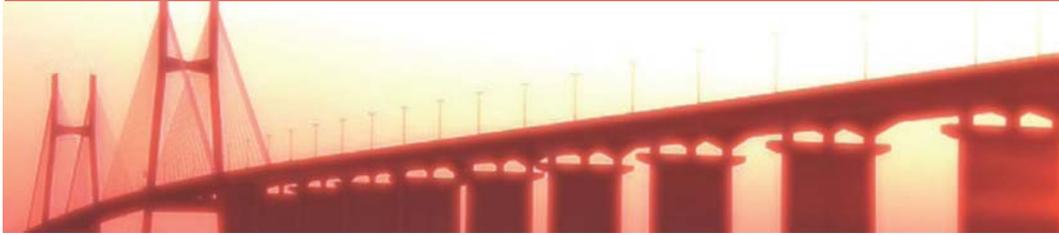


PRIMERAS JORNADAS REGIONALES DE ACÚSTICA AdAA 2009

19 y 20 de noviembre de 2009, Rosario, Argentina



AdAA2009-A034R

Techo equipotencial de un auditorio en abanico

Federico Miyara^(a)
Vivian Pasch^(b)

(a) Laboratorio de Acústica y Electroacústica, Facultad de Ciencias Exactas, Ingeniería y Agrimensura, Universidad Nacional de Rosario. Riobamba 245 bis, 2000 Rosario, Argentina. E-mail: fmiyara@fceia.unr.edu.ar

(b) Grupo Ruido de la Facultad de Arquitectura, Planeamiento y Diseño, Universidad Nacional de Rosario. Riobamba 245 bis, 2000 Rosario, Argentina. E-mail: pasch@fceia.unr.edu.ar

Abstract

First an algorithm is described to design an equipotential ceiling in a longitudinal section. Starting from a source F , an initial point A_1 on the ceiling and several receiving points R_1, \dots, R_n along the stalls, a reflecting plane is obtained such that FA_1 and A_1R_1 constitute an incident-reflected ray pair. Then the image source is obtained and the first ceiling panel is extended up to a point A_2 such that this reflection from it reaches R_n . The process is repeated iteratively until the whole ceiling is designed. The preceding algorithm is applied to a fan-shaped auditorium so that the lack of lateral reflections is compensated by reflections from the ceiling. Since the source is not at the centre of the fan, the ceiling has been divided into triangular segments and the algorithm applied to each segment.

Resumen

Se expone en primer lugar un algoritmo para el cálculo de un techo equipotencial en un corte vertical plano. Partiendo de una fuente F , un punto generador A_1 en el techo y varios puntos receptores R_1, \dots, R_n en la platea, se obtiene un plano tal que los segmentos FA_1 y A_1R_1 constituyan rayos incidente y reflejado respectivamente. Luego se obtiene la fuente imagen y se completa el primer panel de modo que la reflexión en el otro extremo, A_2 , llegue hasta R_n . Estos pasos se iteran hasta completar todo el techo. El algoritmo así obtenido se aplica para la resolución del techo de una sala con forma de abanico, de manera de suplir la falta de reflexiones laterales que suele presentar esta forma. Debido a que el centro del abanico no coincide con la posición de la fuente, se ha subdividido el techo en gajos, y cada gajo tratado con el algoritmo anteriormente descrito.

1 Introducción

Un problema frecuente a resolver en el diseño acústico de auditorios y teatros es el de lograr una distribución uniforme del sonido, es decir, que la fuente se perciba con similar intensidad en todos los puntos de la sala. Si el recinto permite obtener un campo sonoro suficientemente difuso, la componente reverberante del campo sonoro será uniforme y predominará más allá de la distancia crítica. No obstante, para recintos grandes el campo directo exhibirá una variación muy grande con la distancia.

El techo equipotencial es una posible forma de resolver este problema (Arau, 1999). Dados un emisor F y una serie de puntos receptores R_1, \dots, R_n cada vez más alejados del emisor, un techo equipotencial es tal que garantice que R_1 reciba una reflexión, R_2 reciba dos reflexiones y así sucesivamente hasta R_{n-1} y R_n , que recibirán $n-1$ reflexiones. Al aumentar la cantidad de reflexiones hacia el fondo de la sala, se compensa la atenuación por divergencia geométrica.

Una forma de lograr un techo equipotencial es mediante paneles planos inclinados entre sí de manera que el primero irradie reflexiones hacia los receptores R_1, \dots, R_n , el segundo hacia R_2, \dots, R_n , y así sucesivamente hasta el $(n-1)$ -ésimo, que irradia reflexiones hacia R_{n-1} y R_n . En la figura 1 se muestra un ejemplo en corte longitudinal.

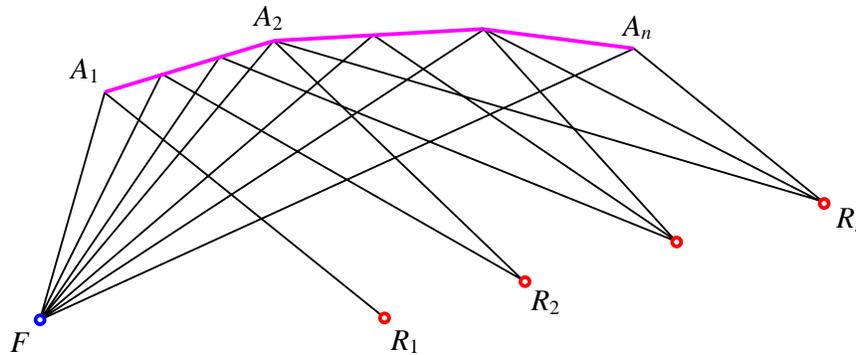


Figura 1. Comportamiento de un techo equipotencial que irradia un número creciente de reflexiones sobre los receptores R_1 a R_n . En este caso, $n = 4$.

Para evitar la coloración espectral por interferencia, es conveniente que todas las reflexiones que llegan a un receptor dado tengan el mismo retardo. Ello sucede si, para dicho receptor, los puntos de reflexión se encuentran en una elipse cuyos focos son la fuente y el receptor (Makrinenko, 1994; Barron, 1998). Ello no ocurre exactamente, pero sí aproximadamente. La forma óptima se tendrá cuando esta aproximación sea máxima.

En este trabajo se desarrolla un algoritmo para el diseño del perfil de un techo equipotencial y posteriormente se lo aplica al diseño de un auditorio en forma de abanico. En este tipo de auditorios el centro de los arcos de las plateas se encuentra hacia el fondo del escenario y no coincide, por lo tanto, con la posición típica o preferencial del emisor (orador, cantante o instrumento musical). Si se diseñara un único perfil de revolución, el comportamiento equipotencial se lograría en una única dirección a partir del emisor. Para extender la equipotencialidad a toda la platea, se subdividió el teatro en gajos radiales que convergen sobre el emisor y se diseñó un perfil equipotencial diferente para cada gajo.

2 Construcción del techo equipotencial

En la figura 2 se muestra la construcción geométrica (Arau, 1999) que permite ubicar cada uno de los paneles. Sea $F = (x_F, y_F)$ la fuente y $R_k = (x_{R_k}, y_{R_k})$ el k -ésimo receptor. Los criterios de selección de los puntos receptores R_k se describen hacia el final de esta sección. Se parte de un punto generador $A_1 = (x_{A_1}, y_{A_1})$ elegido teniendo en cuenta la altura disponible y que el rayo desde la fuente no resulte interrumpido por el borde superior del proscenio.

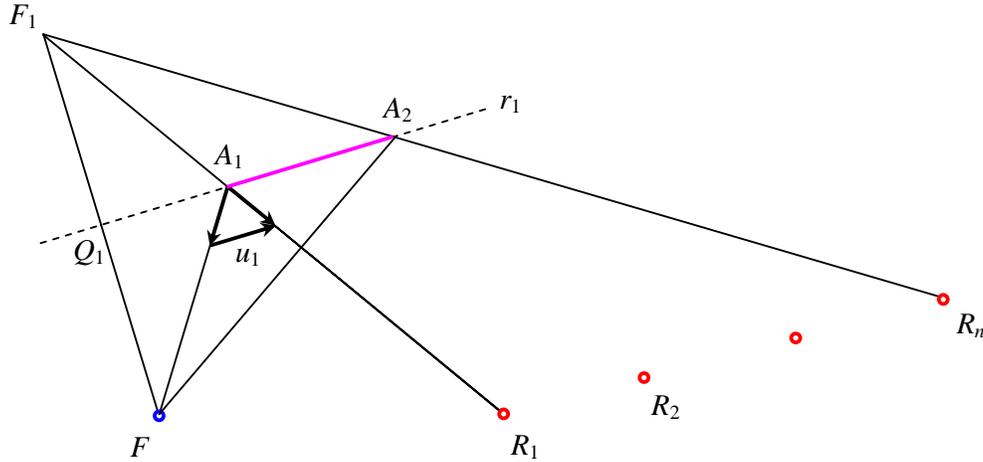


Figura 2. Construcción geométrica para la ubicación del primer panel plano cuyo corte longitudinal está dado por A_1A_2 .

A partir de los vectores A_1F y A_1R_1 se obtienen vectores unitarios de igual dirección cuya resta

$$u_1 = \frac{A_1R_1}{|A_1R_1|} - \frac{A_1F}{|A_1F|} \quad (1)$$

es un vector paralelo al corte longitudinal A_1A_2 del panel buscado. Haciendo pasar una recta r_1 con esa dirección por A_1 se obtiene el corte del plano que contiene al primer panel. Por la forma en que se construyó u_1 , el rayo A_1R_1 es la reflexión especular del rayo FA_1 . Para obtener el otro extremo de este primer panel se busca un punto A_2 tal que en él se tenga una reflexión hacia R_n . Para ello se obtendrá la imagen especular F_1 de la fuente F . Como paso intermedio se determina el punto Q_1 de autorreflexión de la fuente, que debe cumplir la doble condición de estar contenido en la recta r_1 y de que Q_1F sea perpendicular a r_1 :

$$\begin{cases} Q_1 = A_1 + \alpha u_1 \\ Q_1F \times u_1 = 0 \end{cases} \quad (2)$$

donde α es un escalar conveniente y \times es el producto interno. Sustituyendo,

$$(A_1 + \alpha u_1 - F) \times u_1 = 0,$$

de donde

$$\alpha = \frac{(F - A_1) \times u_1}{|u_1|^2}, \quad (3)$$

$$F_1 = Q_1 - Q_1 F. \quad (4)$$

Una vez hallado F_1 se obtiene A_2 como la intersección entre r_1 y $F_1 R_n$:

$$\begin{cases} A_2 = A_1 + \beta u_1 \\ A_2 = F_1 + \gamma F_1 R_n \end{cases} \quad (5)$$

Igualando y agrupando de un solo lado las incógnitas β y γ , resulta

$$\beta u_1 - \gamma F_1 R_n = F_1 - A_1. \quad (6)$$

Este es un sistema de dos ecuaciones con dos incógnitas que puede reescribirse como

$$\begin{cases} \beta x_{u_1} - \gamma (x_{R_n} - x_{F_1}) = x_{F_1} - x_{A_1} \\ \beta y_{u_1} - \gamma (y_{R_n} - y_{F_1}) = y_{F_1} - y_{A_1} \end{cases} \quad (7)$$

o, en forma matricial,

$$\underbrace{\begin{bmatrix} x_{u_1} & x_{F_1} - x_{R_n} \\ y_{u_1} & y_{F_1} - y_{R_n} \end{bmatrix}}_M \begin{bmatrix} \beta \\ \gamma \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} x_{F_1} - x_{A_1} \\ y_{F_1} - y_{A_1} \end{bmatrix}. \quad (8)$$

Podemos resolver esta ecuación mediante

$$\begin{bmatrix} \beta \\ \gamma \end{bmatrix} = M^{-1} \begin{bmatrix} x_{F_1} - x_{A_1} \\ y_{F_1} - y_{A_1} \end{bmatrix}. \quad (9)$$

Sólo estamos interesados en β . Resulta

$$\beta = \frac{(x_F - x_{A_1})x_{u_1} + (y_F - y_{A_1})y_{u_1}}{x_{u_1}^2 + y_{u_1}^2}. \quad (10)$$

Por último,

$$A_2 = A_1 + \beta u_1. \quad (11)$$

Este procedimiento se itera hasta obtener A_n , reemplazando A_1 por A_k , A_2 por A_{k+1} , y manteniendo en todos los pasos R_n . Resultan así $n - 1$ paneles $A_1A_2, \dots, A_{n-1}A_n$ que determinan la forma del techo equipotencial. En la figura 3 se muestra el proceso iterativo terminado, dando lugar al techo equipotencial de la figura 1. Este algoritmo ha sido implementado en software matemático matricial.

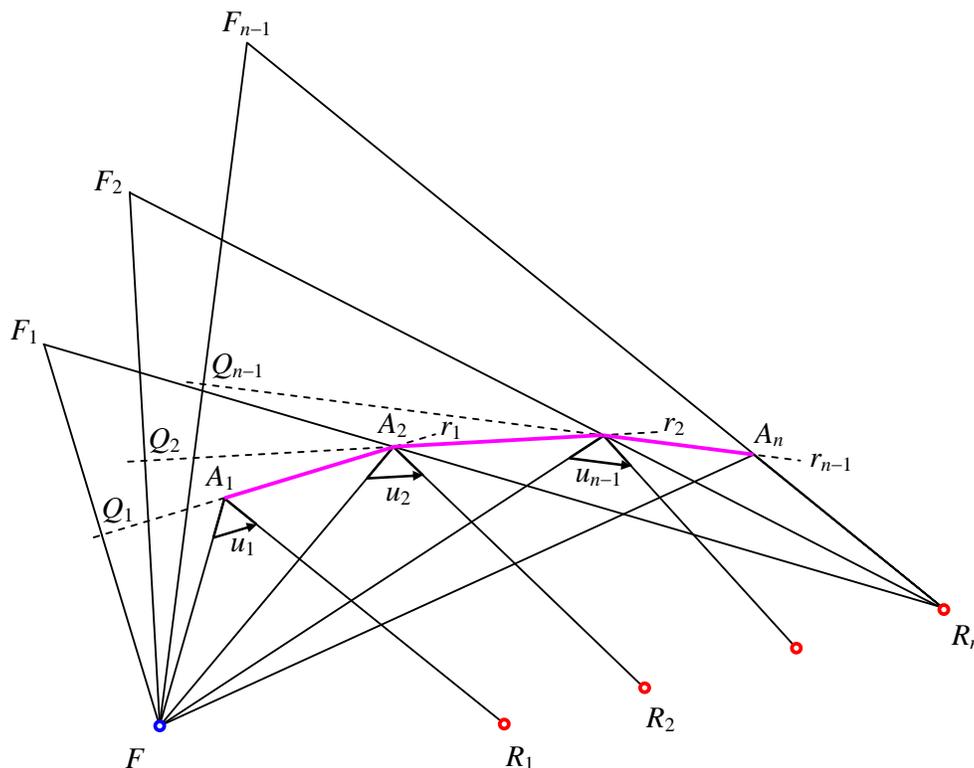


Figura 3. Proceso completo de construcción del techo equipotencial.

Si el último panel se prolonga más allá de A_n , los receptores más distantes que R_n recibirán solamente una reflexión. En la práctica, debido a fenómenos de difracción en paneles reflectores no infinitos, las reflexiones no terminan exactamente donde predice la reflexión especular, lo cual en realidad es ventajoso pues evita cambios bruscos en el campo sonoro.

Los receptores R_k se seleccionan de modo de cubrir la platea en forma más o menos uniforme. Debe tenerse en cuenta que el último debe estar lo más alejado posible, dado que más allá de éste no habrá prácticamente irradiación desde el techo. Por otra parte, conviene que el receptor más cercano irradiado por reflexiones del techo se encuentre lo más alejado que sea posible del escenario. La razón es que, como el techo resulta cóncavo hacia la platea, es necesario que empiece subiendo para ir luego descendiendo hacia el fondo del teatro. De otra forma podría resultar una altura insuficiente sobre las últimas butacas, especialmente en plateas con pendiente considerable. Este requisito es compatible con el hecho de que las ubicaciones más próximas al escenario gozan de un sonido directo más intenso y por lo tanto las reflexiones del techo no son tan importantes, sobre todo si existen buenas reflexiones laterales.

A efectos de seleccionar A_1 , además de lo ya indicado en relación con el proscenio, debe tenerse en cuenta que el volumen resultante sea del orden de 8 m^3 a 10 m^3 por persona (los valores más altos corresponderán a música sinfónica), y además el retardo entre el sonido directo y el reflejado sea siempre inferior a 25 ms, para evitar la formación de ecos audibles.

3 Auditorio en abanico

La forma de abanico en auditorios (figura 4) se utiliza a veces porque permite una mayor audiencia (Barron, 1998; Talaske et al., 1982). Sin embargo presenta algunos problemas que constituyen verdaderos desafíos de diseño (Howard et al., 2006). Uno es la aparición de reflexiones desde el fondo focalizadas en el escenario (Méndez et al., 1994), lo que causa ecos en las primeras filas y en el propio escenario. Otro es la escasez de reflexiones laterales y de reflexiones múltiples. Particularmente, una amplia zona central de la platea carece de reflexiones laterales, defecto acústico ostensible. Ello hace imprescindible contar con un buen refuerzo de reflexiones tempranas desde el techo, de allí la idea de aplicar el concepto de techo equipotencial.

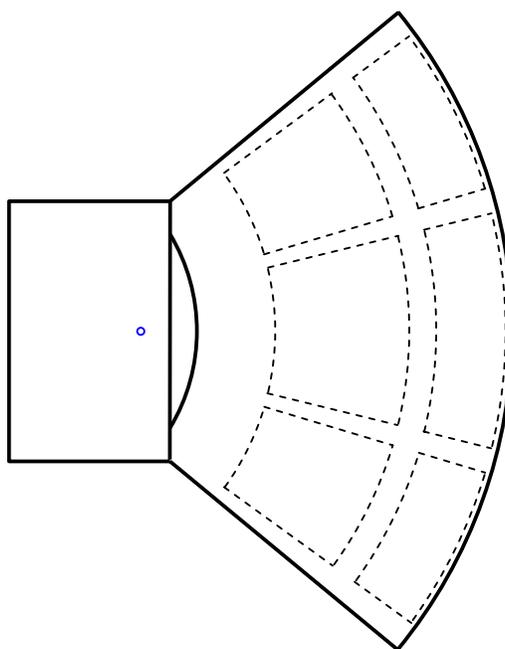


Figura 4. Auditorio en abanico del Centro Cultural Municipal de la ciudad de Puerto General San Martín (vista en planta). En línea de trazos se indican las áreas de platea. El pequeño círculo indica la posición preferencial de la fuente

Una primera idea sería tomar el eje longitudinal del auditorio, aplicar el algoritmo anteriormente expuesto y luego rotar el perfil logrado alrededor de un eje vertical situado en la fuente. El problema es que el conjunto de puntos receptores para el criterio equipotencial no mantienen posiciones homogéneas con respecto a la platea para todas las direcciones, como se aprecia en la parte (a) de la figura 5. En la parte (b), en cambio, los puntos se encuentran en las mismas filas de las plateas para todas las direcciones. Esta última distribución es preferible pues permite una mejor irradiación sonora de toda la platea.

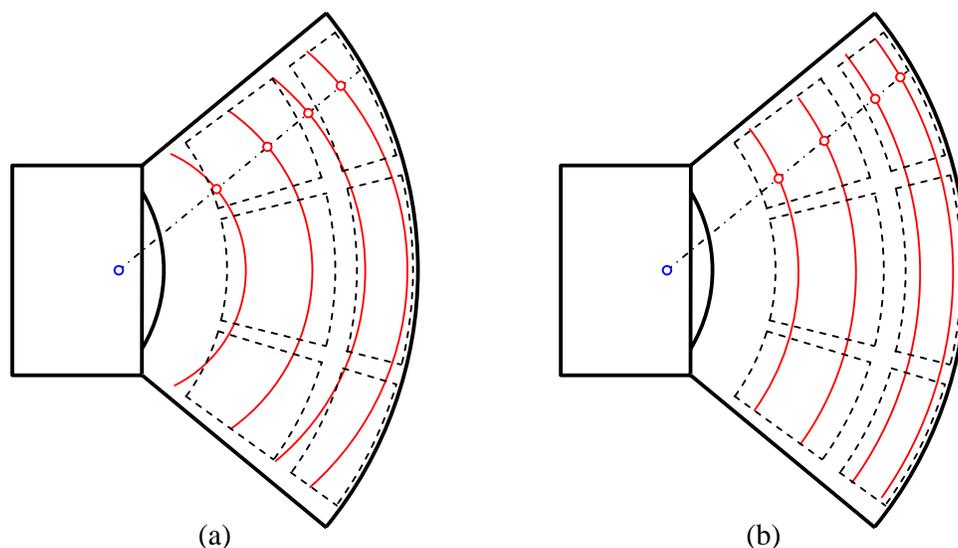


Figura 5. Ejemplos de distribuciones de puntos receptores para un techo equipotencial (círculos rojos). En (a) los puntos se encuentran a igual distancia de la fuente (círculo azul) para cualquier dirección. En (b) los puntos se encuentran en la misma fila de las plateas para cualquier dirección.

La idea para implementar la solución (b) es subdividir el techo en gajos radiales que en la vista en planta converjan hacia la fuente. Luego se diseña un perfil diferente para cada gajo. La cantidad de gajos depende de varias consideraciones, entre ellas cuestiones económicas, estéticas y estructurales. En el ejemplo presentado en la figura 6 se utilizaron ocho gajos.

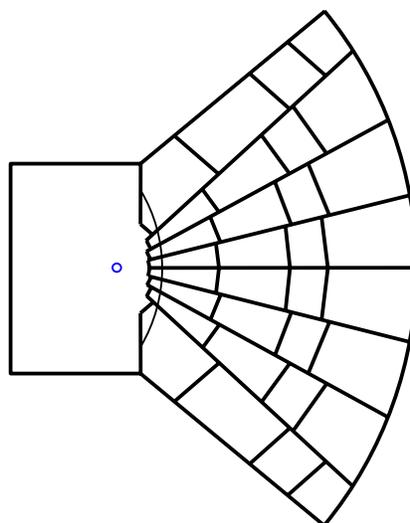


Figura 6. Proyección del techo equipotencial subdividido en ocho gajos radiales hacia la fuente sonora. Los perfiles de cada gajo son diferentes

Cuando la cantidad de gajos es grande, las dimensiones de los paneles se reducen, simplificando la instalación. Sin embargo, las reflexiones en los paneles dejan de ser especulares debido a la difracción en los bordes (Makrinenko, 1994).

A efectos del diseño es necesario resolver varias cuestiones. La primera es el ángulo de cada gajo. Aunque una posible solución sería hacerlos uniformes, en la práctica conviene que los límites de los gajos se aproximen cuanto sea posible a las vigas radiales que integran la estructura de soporte de la cubierta (y de las que se tomará la estructura secundaria para los paneles del techo). Este ajuste se puede hacer visualmente sobre una vista en planta de la sala. Se obtienen así los ángulos $\theta_{lím,h}$ con respecto al eje de la sala.

La segunda cuestión es cómo seleccionar, para cada gajo, la línea sobre la que se ubicarán los puntos receptores. En la figura 7 se muestran dos ejemplos correspondientes a un gajo lateral y a uno intermedio. En el caso del gajo lateral (gajo 1) la línea que une la fuente con los receptores se elige de modo que R_{n1} se encuentre en el borde de la platea. Se denomina θ_1 al ángulo que forma con el eje de la sala.

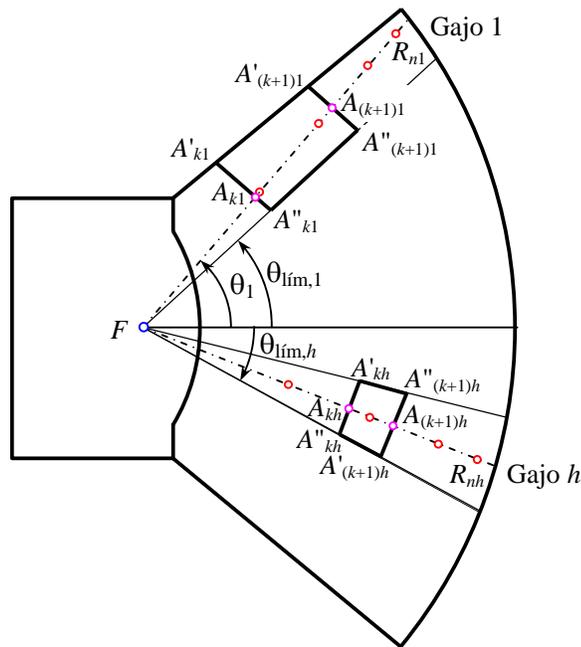


Figura 7. Descripción geométrica de dos paneles ubicados en los gajos 1 y h respectivamente.

En el caso del gajo h , el ángulo θ_h se elige mediante la fórmula iterativa

$$\theta_h = 2\theta_{lím,h-1} - \theta_{h-1}, \tag{12}$$

donde $\theta_{lím,h-1}$ son los valores obtenidos anteriormente. Esto garantiza que

$$\theta_{lím,h} = \frac{\theta_1 + \theta_2}{2}, \tag{13}$$

es decir, que los límites de los gajos estén centrados con respecto a las líneas de receptores correspondientes a los gajos adyacentes.

Por último, los bordes de cada panel en que se subdivide el techo se hacen perpendiculares a la línea de receptores del correspondiente gajo. Esto asegura que las reflexiones especulares desde la fuente efectivamente vayan a parar a los receptores R_{kh} . La determinación de los puntos de paso de los paneles, A_{kh} , se realiza mediante el algoritmo presentado anteriormente. Los vértices de cada panel, A'_{kh} , $A'_{(k+1)h}$, $A''_{(k+1)h}$, A''_{kh} , pueden obtenerse entonces fácilmente por geometría analítica, de modo que el procedimiento puede realizarse por software.

4 Conclusiones

El método planteado permite el diseño de un techo equipotencial para una sala en forma de abanico posibilitando que una amplia zona de la platea sea irradiada por una cantidad de reflexiones creciente con la distancia, contribuyendo a uniformar el nivel sonoro correspondiente a las reflexiones tempranas. El método puede implementarse por computadora mediante el uso de software matemático matricial.

Agradecimiento

Los autores agradecen a la Arq. María Gabriela Armengol, proyectista, y al Ing. Rodolfo Arino, responsable de la ingeniería de la obra, por la autorización para publicar los detalles presentados en este trabajo sobre el Centro Cultural Municipal de la Ciudad de Puerto General San Martín, Provincia de Santa Fe, República Argentina.

Referencias

- Arau, Higinio: "ABC de la Acústica Arquitectónica". Ediciones CEAC. Barcelona, España, 1999.
- Barron, Michael. "Auditorium Acoustics and Architectural Design". E & FN Spon. London, UK, 1998.
- Howard; Angus. "Acoustics and Psychoacoustics". Focal press. Oxford, 2006.
- Makrinenko, L. I.: "Acoustics of Auditoriums in Public Buildings". American Institute of Physics. Woodbury, NY, USA, 1994.
- Méndez, Antonio M.; Stornini, Alberto J.; Salazar, Estela B.; Giuliano, Héctor G.; Velis, Gustavo A.; Amarilla, Beatriz C. "Acústica Arquitectónica". Universidad del Museo Social Argentino. Buenos Aires, Argentina, 1994.
- Talaska, Richrd H.; Wetherhill, Ewart A.; Cavanaugh, William J. "Halls for Music Performance. Two Decades of Experience: 1962-1982". American Institute of Physics, Acoustical Society of America. New York, USA, 1982.

